Capítulo 10.- Estado de la mar.

10.1.- Características del oleaje y modelo de olas.

Las olas son el resultado visible de la transferencia energética del viento a la mar. Sin viento no hay olas, aunque el viento sople en zonas muy alejadas de la extensión marina donde se observan las olas (mar tendida).

Cuando el oleaje se forma a causa del viento, este ejerce una presión sobre la cara de las crestas expuestas a su empuje (barlovento). La energía transmitida depende de la velocidad relativa viento-olas. Si la velocidad del viento es superior a la de las olas hay transmisión de energía del viento a las olas, en caso contrario es la ola quien transmite energía al aire, al encontrar una resistencia en el mismo en su cara de sotavento. Tales fenómenos de interacción energética dependen de la forma de la ola, lo cual se explícita mediante el denominado *coeficiente de resguardo*.

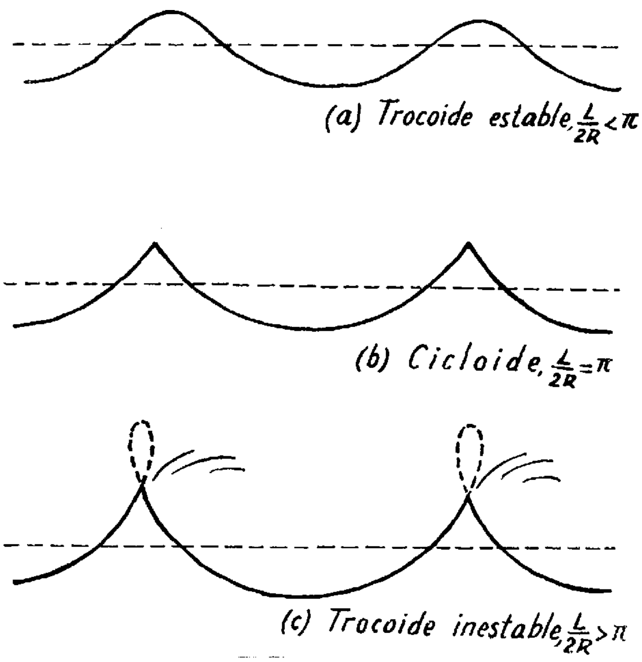

Figura 10.1

En un modelo sencillo, las partículas de agua sujetas al oleaje describen trayectorias circulares en un plano vertical, cuyo radio disminuye rápidamente con la profundidad. El resultado es que la propagación responde, aproximadamente, a la curva denominada *trocoide*, como se indica en la figura 10.1, y definida como la curva engendrada por un punto que gira uniformemente alrededor de otro, que se desplaza linealmente a velocidad constante.

Es obvio que la forma de la trocoide depende de la relación entre la longitud de onda, **L**, y el diámetro de la trayectoria circular. Si tal relación en menor que π , la trocoide se denomina estable, si es igual a π , cicloidal, y si es mayor que π, la ola se hace inestable y se rompe, apareciendo rociones en los bucles superiores.

10.2.- Velocidad y periodo de la ola.

Consideremos superpuesta la trayectoria circular de la partícula, de radio **R**, con la ola, como se indica en la figura 10.2.

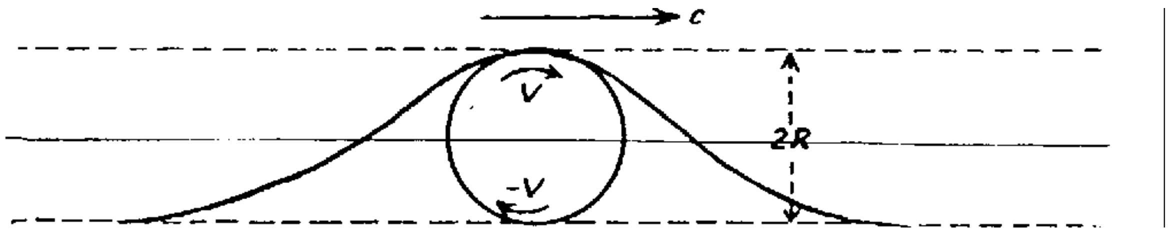

Figura 10.2

Si llamamos **c** a la velocidad de propagación de la ola, y **V** la velocidad de traslación de la partícula material en su trayectoria circular, tendremos que en la cresta de la ola, para un observador que se mueva con ella, la partícula posee la velocidad **V-c**, y en la parte inferior, **V+c**. Aplicando el teorema de Bernouilli entre ambos puntos:

$$\frac{1}{2}\rho(V-c)^2 + p_1 + 2R\rho g = \frac{1}{2}\rho(V+c)^2 + p_2 \qquad (10.1)$$

Despreciando, en primera aproximación, la diferencia de presiones manométricas entre ambos puntos,

$$\frac{1}{2}(V-c)^2 + 2Rg = \frac{1}{2}(V+c)^2 \qquad (10.2)$$

de donde deducimos para la velocidad de propagación del oleaje

$$c = \frac{Rg}{V} \tag{10.3}$$

en función de la velocidad material de las partículas y del radio de la ola.

Teniendo en cuenta que

$$V = 2\pi \frac{R}{T}$$

con **T** el periodo de la ola, la velocidad de propagación del oleaje, en función del periodo de las olas, se expresa

$$c = \frac{gT}{2\pi} \tag{10.4}$$

donde observamos que, en el modelo adoptado, **la velocidad de las olas es independiente de la altura de las crestas**.

Dado que c=L/T, siendo **L** la longitud de onda de la ola,

$$c = \sqrt{\frac{gL}{2\pi}} \tag{10.5}$$

es decir, **la velocidad de la ola es proporcional a la longitud de onda de la misma** (las olas más largas avanzan más deprisa que las cortas).

Un cálculo más aproximado, en donde se hubiera tenido en cuenta la profundidad del fondo **d**, llevaría a la expresión

$$c = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} Th(2\pi \frac{d}{L})} \tag{10.6}$$

que se reduce a la anterior para el caso de aguas profundas, esto es, si d >> L. En la práctica podemos considerar válida la aproximación que concierne a aguas profundas cuando d>L/2, lo que siempre sucede en alta mar.

Por el contrario, si d<L/2, podemos considerar que

$$Th(2\pi\frac{d}{L}) = 2\pi\frac{d}{L}$$

con lo que, en aguas costeras, se utiliza la aproximación:

$$c = \sqrt{gd} \qquad (10.7)$$

Notemos que, a bordo, la magnitud más facilmente observable de una ola es su periodo, T, por lo que es útil explicitar la longitud de onda de la ola en función del mismo. Así:

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \qquad (10.8)$$

De las expresiones (10.4) y (10.8) se deduce que:

a) *la velocidad de una ola es proporcional a su periodo*

b) *la longitud de la ola es proporcional al cuadrado de su periodo*.

Dada la importancia práctica que para el marino poseen ambas conclusiones, es útil expresarlas en la forma sencilla:

$$c = 3.06\ T \qquad L = 1.56\ T^2 \qquad (10.9)$$

donde las longitudes se miden en metros, los periodos en segundos y las velocidades en nudos.

10.3.- Pendiente y edad de la ola.

Existe otro parámetro de gran interés para caracterizar la ola, su pendiente. Considerada la figura 10.3, la pendiente de la ola se define como el cociente H/L, siendo H el doble de su amplitud.

Dependiendo del valor de esta pendiente, clasificamos las olas en tres grandes grupos:

PEQUEÑAS .... $H/L < 1/100$

MODERADAS ...... $1/100 < H/L < 1/25$

GRANDES .... $1/25 < H/L < 1/7$

Cuando la pendiente se hace mayor de 1/7 (olas muy agudas), la ola se vuelve inestable y se rompe. La mar de fondo o tendida está caracterizada por olas con pendientes comprendidas entre 1/30 y 1/100, y la mar de viento origina olas con pendientes de 1/10 a 1/20.

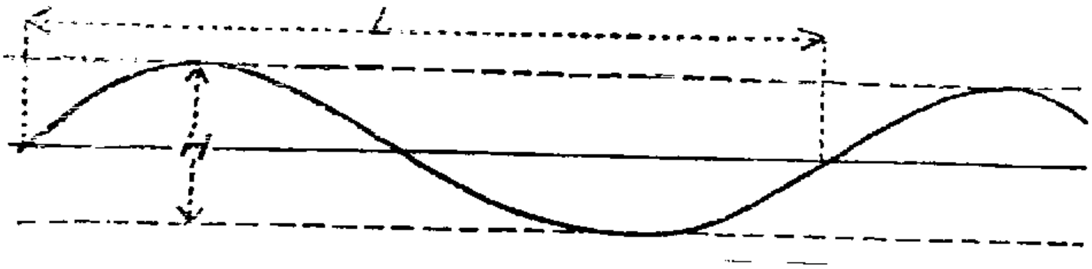

Figura 10.3

De lo que antecede se deduce que la pendiente de una ola no está directamente relacionada con la velocidad del viento, W, sino que depende de su estado de desarrollo.

Así, definimos como **edad de la ola** a la relación **c/W**, esto es, el cociente entre la velocidad de la ola y la del viento.

La relación que existe entre la edad de la ola y la pendiente de la misma se representa en la figura 10.4.

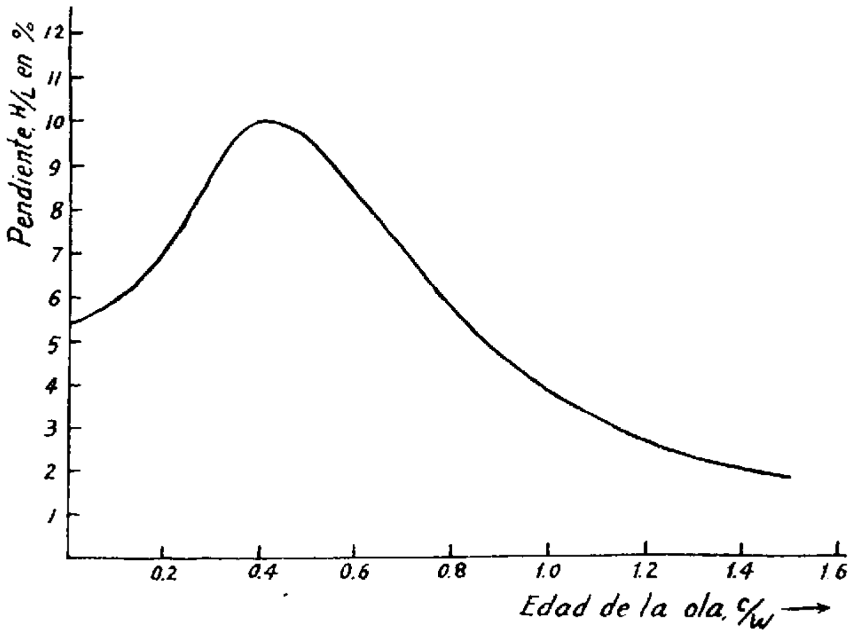

Figura 10.4

10.4.- Velocidad de grupo.

Cuando estudiamos la propagación de una onda cualquiera, consideramos la transmisión en un medio de un cierto estado de vibración, de manera que la velocidad calculada para el avance del mismo, **c**, ha de ser llamada con propiedad, **velocidad de fase** de la onda.

No obstante, rara vez encontramos en la práctica un fenómeno que involucre a una sola onda. Lo normal es que la propagación sea resultado del avance de un conjunto de perturbaciones en el mismo sentido: es lo que denominamos un **grupo** o **tren de ondas.**

En este caso, la velocidad del conjunto, **velocidad de grupo, V,** no coincide con la velocidad de fase, **c**, siendo fácil demostrar que

$$V = \frac{c}{2} = \frac{gT}{4\pi} \tag{10.10}$$

es decir, *la velocidad de grupo es la mitad de la velocidad de fase*.

10.5.- Energía de la ola.

El oleaje es el resultado del avance de un tren de olas, como citábamos en la sección anterior, por lo que la energía que transporta una ola avanza con la velocidad que corresponde al grupo.

Aunque las olas no poseen un comportamiento senoidal, los resultados energéticos que se obtienen sobre la base de olas de este tipo, coinciden bastante bien con el comportamiento de las olas no senoidales de aguas profundas. Así, consideremos una ola senoidal como la representada en la figura 10.5,

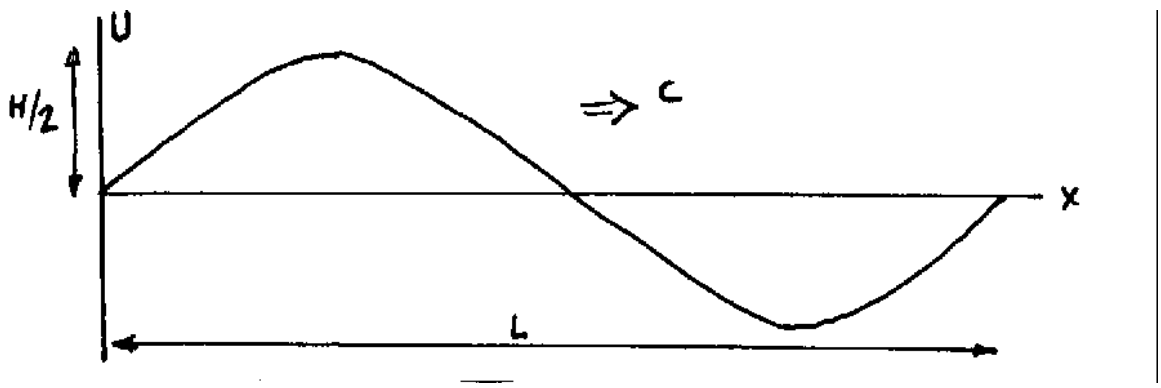

Figura 10.5

que puede describirse mediante

$$U = \frac{H}{2} \sin k(x - ct) \qquad (10.11)$$

siendo k=2π/L.

La energía que transporta esta ola posee una componente potencial E_p, en el campo gravitacional, y otra cinética, E_k, debida a la velocidad que llevan sus partículas, y que, por unidad de superficie, resultan valer:

$$E_p = \frac{1}{8} \rho g H^2 \sin^2 k(x - ct)$$

$$E_k = \frac{1}{16} \rho g H^2$$

La energía potencial es una función periódica que avanza con la ola, mientras que la cinética se encuentra uniformemente distribuida a lo largo de toda la ola, como se esquematiza en la figura 10.6.

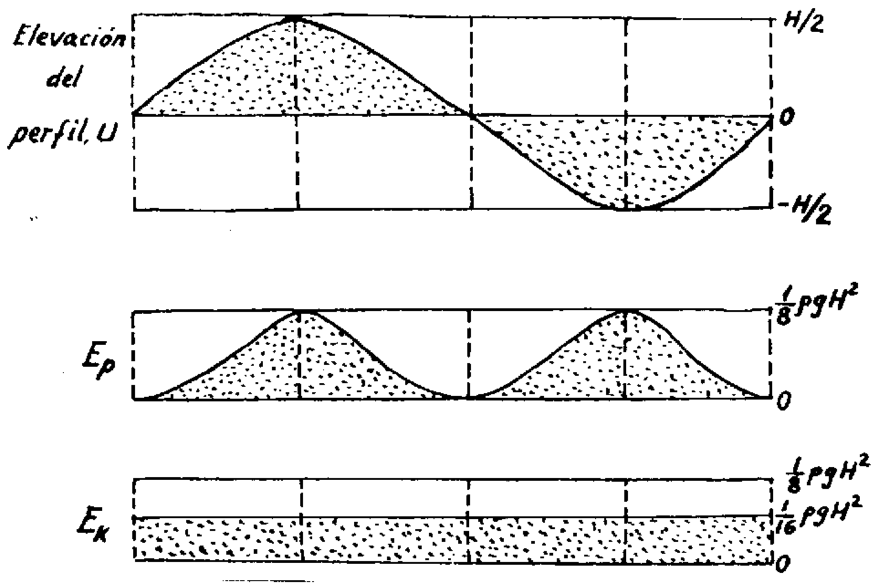

Figura 10.6

Obsérvese que, promediando la energía potencial en toda la longitud de la ola,

$$E_p = \frac{1}{16}\rho\, gH^2$$

es decir, la suma de ambas, o **energía total total promedio**, por unidad de superficie, de la ola es

$$E = \frac{1}{8}\rho g\, H^2 \qquad (10.12)$$

De acuerdo con lo anteriormente expuesto, una ola está compuesta por la interferencia de muchas ondas simples, con lo que la energía resultante para el tren de olas, por unidad de superficie es

$$E = \frac{1}{8}\rho g \sum H_i^2 \qquad (10.13)$$

Definimos como altura de la ola equivalente a este oleaje real, a la de una sola ola de altura H_e, que cumpla

$$\frac{1}{8}\rho g \sum H_i^2 = \frac{1}{2}\rho\, gH_e^2 \qquad (10.14)$$

En los registradores de olas se observa que $H_e=H_0/2$, siendo H_0 la altura de la ola más alta del espectro.

No siendo significativa esta altura equivalente, que tendría en cuenta incluso los pequeños rizos de la mar, se introduce la llamada **altura significativa**, definida como el promedio del tercio de las olas más altas de todas las observadas, que es la que mejor describe el estado del oleaje.

10.6.- Vida de la ola.

Ya hemos visto como las olas se forman exclusivamente por la acción energética del viento sobre la mar. Las zonas en que tiene lugar tal trasmisión energética se denominan *zonas generadoras*, y suelen coincidir con las borrascas de superficie.

Engendrada de esta forma la mar de viento, sus olas se propagan a velocidad mitad de la velocidad de fase de la ola, pudiendo alcanzar distancias sumamente alejadas de la zona generadora. Así surge la denominada **mar de fondo, tendida, de leva o mar sorda**, que se manifiesta en ausencia de viento.

Al propagarse esta mar de fondo, se va amortiguando, y su altura decrece por disipación energética. Si la zona de propagación se encuentra en calma el amortiguamiento es exponencial, pero si pasa por zonas en las que reina otro viento (*zona de vientos secundarios*), puede acelerar el amortiguamiento o revitalizar la mar de fondo, en función de la dirección que posea el viento secundario respecto de aquella.

Cuando la mar de fondo alcanza la costa se producen rompientes paralelas a la misma, y la ola llega así al final de su vida.

La vida de la ola viene representada en la figura 10.7.

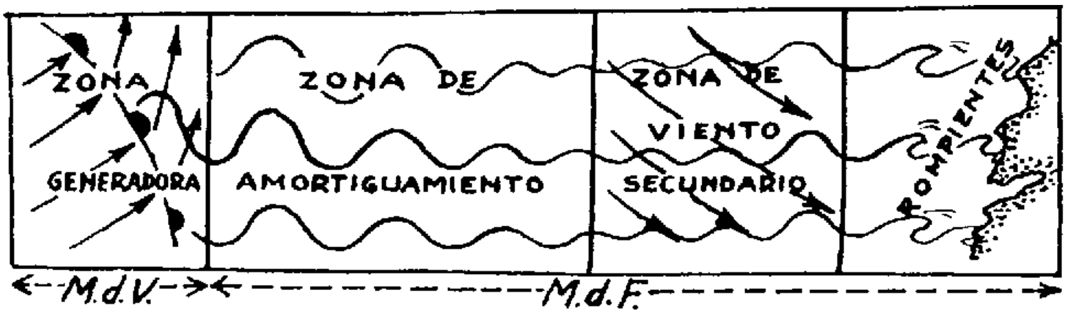

Figura 10.7

P10.1.- Desde el valle de una ola se distingue, a 100 metros de distancia, la cresta de la misma con una altura de 10 m. Se pide: a) pendiente de la ola, b) tipo de oleaje, c) periodo de la ola, d) velocidad de propagación, e) longitud de onda..

a) *L=200 m (doble de la distancia valle-cresta), luego P=H/L = 0.05 (5%)*
b) *5% < P < 10% (mar de viento)*
c) *usando* $L=1.56 \times T^2$, *tenemos*

$$T = \sqrt{\frac{200}{1.56}} = 11.3s$$

d) *usando c=3.06 x T = 3.06 x 11.3 = 34.6 nudos*
e) *L= 200 m*

P10.2.- Con qué velocidad se desplaza una ola de 2 m de altura originada por vientos de 20 nudos, suponiendo que la mar está plenamente desarrollada. Hallar tambien periodo y pendiente de esa ola.

Si la mar está plenamente desarrollada, la edad de la ola se puede estimar en 0.46,

$$edad = \frac{c}{w} \Rightarrow c = 0.46 \times 20 = 9.2 \; nudos$$

c=3.06 x T, con lo que T=9.2/3.06 = 3 s, y en consecuencia $L=1.56 \times T^2 = 14$ *m, con ello*

$$P = \frac{H}{L} = \frac{2}{14} = 0.14 \Rightarrow 14\% \Rightarrow ola\ inestable\ propia\ de\ m.p.d$$

P10.3.- Navegando en aguas profundas medimos para una ola un periodo de 7 s. Determinar su periodo y velocidad de propagación. ¿Cuál sería la velocidad de la ola si el sonar indicara fondo a 20 m?

Usando las mismas expresiones prácticas, válidas para aguas profundas

c=3.06 T = 21.42 nudos

$L= 1.56\, T^2 = 76.44$ *m*

si, por el contrario, la profundidad es de 20 m, como 20<L/2=38.22 m, hay que aplicar el formalismo de aguas someras

$$c = \sqrt{g.d} = \sqrt{9.81 \times 20} = 14 \; m/s = 27.2 \; nudos$$

P10.4.- Determinar la edad de una ola de la que se observa una pendiente del 3% y una altura de 3 m bajo la acción de vientos de 15 nudos. ¿Tendría el viento la misma dirección que la mar?

$$P = \frac{H}{L} = 0.03 = \frac{3}{L} \Rightarrow L = 100\ m$$

por otra parte, $L=1.56\ T^2$, con lo que T= 8 s, y c= 3.06 T = 24.5 nudos, con ello la edad de la ola

$$edad = \frac{c}{w} = \frac{24.5}{15} = 1.6$$

Como P=3%, propia de una mara de fondo, el viento y esta mar tendrán direcciones distintas.

P10.5.- Navegando con viento de 35 nudos se observan olas de 5 m de altura cuyas crestas están espaciadas 50 m. ¿Hay que esperar aumento del estado de la mara?

L= 50 m y H=5 m, luego P=0.1 (10%), que es propia de una mar de fondo.
$L=1.56\ T^2$, de donde T=5.7 s, y con ello c= 3.06 T = 17.3 nudos, por lo que la edad de la ola es c/w= 17.3/35 =0.49, edad propia de una mar plenamente desarrollada, por lo que no hay que esperar aumento de la mar.

P10.6.- Una ola de pendiente 7% tiene un periodo de 5 s. ¿Cuál es la energía asociada a la misma? Si nuestro barco posee 20 m de eslora y una obra muerta de 2 m ¿cuál será la energía que recibirá si la ola entra por el través? ¿Y si la recibe por la amura? Densidad del agua de mar 1.019 g/cm^3.

La longitud de la ola será $L=1.56\ T^2=39$ m, y dado que P=0.07=H/L, su altura será de H= 0.07 x 39 = 2.73 m.

La energía (por unidad de superficie) es

$$E = \frac{1}{8}\rho\ g\ H^2 = \frac{1}{8}1019 \times 9.81 \times 2.73^2 = 9312.76\ J/m^2$$

Area (través) = A_t= 20 x 2 = 40 m^2
Area (amura) = A_a= 20 x 2 x sen 45 =28.3 m^2
con lo que, en cada caso, la energía transmitida al buque será:

$$E_t=9312.76 \times 40 = 372510\ J$$

$$E_a=9312.76 \times 28.3 = 263551\ J$$

P10.7.- Navegamos con mar de fondo de proa en un barco de 200 m de eslora, y percibimos vibraciones peligrosas de arrufo. ¿Cuál es el periodo de las olas y su velocidad de propagación?

Si percibimos tales vibraciones es porque estamos en resonancia con el oleaje, es decir, la eslora del buque es muy próxima a la longitud de la ola. L= 200 m. Usando la expresión $L=1.56\ T^2$ *obtenemos para T= 11.3 s, y, mediante c= 3.06 T = 34.6 nudos.*

P10.8.- Navegamos a 20 nudos observando olas de viento que entran por la popa y nos acompañan. Determinar el periodo y longitud de la ola.

El oleaje se está propagando tambien a 20 nudos, por tanto T=20/3.06=6.54 s, y para la longitud de la ola $L=1.56\ T^2= 66.6$ *m.*

P10.9.- Navegamos con mar en desarrollo, de la que medimos un periodo de 5 s. ¿hasta qué altura podrán crecer las olas sin que aparezcan rociones?

Si aparecen los rociones es que alcanzamos la máxima pendiente de estabilidad, es decir P=10%. Como T= 5 s, la longitud de la ola será de L=1.56 x 25=39 m, por lo que

$$P = \frac{H}{L} \Rightarrow H = P.L = 0.10 \times 39 = 3.9\ m$$

que será la máxima altura de las olas estables.

P10.10.- Se observa que una ola avanza con la misma velocidad que el viento estimado y tiene un periodo de 10 s. ¿Qué altura posee esa ola?

En el hipotético caso planteado, c=w, por tanto la edad de la ola es la unidad. Si observamos el gráfico de pendiente/edad de las olas, veremos que a una edad de 1 le corresponde una pendiente del 4%, por tanto H/L =0.04.

Si T=10 s, la longitud de la ola es de $L=1.56 \times 10^2= 156$ *m, por lo que su altura será*

$$H=0.04 \times L =0.04 \times 156 = 6.24\ m.$$

P10.11.- Una mar de fondo, con periodo medio de 15 s se encuentra a 30 millas de la costa, dirigiéndose hacia ella. El perfil batimétrico litoral es uniforme con una pendiente de 2º. Determinar la longitud de onda del oleaje y el tiempo que tardará en alcanzar la costa.

La longitud de la ola es $L=1.56 \times 15^2= 351$ *m. Mientras la profundidad del mar se mantenga por encima de L/2=175.5 m, podemos aplicar el formalismo de aguas profundas, y a partir de ese punto el de aguas someras.*

De conformidad con lo enunciado, tg 2 = d/x, siendo d la profundidad batimétrica y x la distancia a la costa. Si hacemos d=175.5, encontramos que a partir de 2.7 millas de la costa, las aguas deben ser consideradas someras, por tanto:

Zona de aguas profundas:

Desde 30 millas hasta 2.7 millas de la costa (27.3 millas) la mar se propaga a velocidad c =3.06 T = 45.9 nudos, por lo que tal distancia será recorrida en

$$t_1 = \frac{x_1}{c_1} = \frac{27.3}{45.9} = 0.59\ horas = 35.7\ minutos\ t_1 = \frac{x_1}{c_1}$$

Zona de aguas profundas:

En ellas la velocidad de propagación del oleaje es

$$c_2 = \sqrt{g.y}$$

donde y es la profundidad que corresponde a cada posición, x. Considerando que tg 2=y/x, y que c_2=dx/dt, tenemos

$$\sqrt{g.\,\mathrm{tg}\,2\,.\,x} = \frac{dx}{dt} \Rightarrow 0.59\ dt = \frac{dx}{\sqrt{x}}$$

integrando

$$0.59\int_0^t dt = \int_0^{5014} \frac{dx}{\sqrt{x}} \Rightarrow t_2 = 240\ s = 4\ minutos$$

donde se ha tenido en cuenta que 2.7 millas son 5014 m.

El tiempo que empleará la mar en alcanzar la costa será

t_1+t_2=39.7 minutos.